

2013 年北京市大学生物理实验竞赛

参赛项目说明书

参赛学院 电子工程学院

自动化学院

组队负责人 杨穗佳

组队成员 刘哲宇 张俊喆

参赛题目：（请画√选择）

题目一：机械摆的设计、制作及实验研究

题目二：霍尔元件物理特性研究及应用

题目三：实验制作

题目四：论文（教学型 科研型）

物理实验竞赛组委会制

2013 年 5 月

参赛题目	直线驱动摆及倒立摆综合实验			
负责人姓名	性别	出生年月	专业	年级
杨穗佳	女	1993年1月	电子科学与技术	大三
手机, email	18810300710, yangsuijia@qq.com			
队员姓名	性别	出生年月	专业	年级
张俊喆	男	1993年2月	自动化	大三
刘哲宇	男	1993年2月	电子信息科学与技术	大三

1 设计原理与方法:

1.1 系统概述

倒立摆系统是在运动模块上装有倒立摆装置, 是机器人技术、控制理论、计算机控制等多个领域、多种技术的有机结合, 本身是一个不稳定、高阶次、多变量、强耦合的非线性系统。其控制难点主要为从静止到直立和直立状态下受外界干扰后的回复过程。本实验设计制作了一个直线倒立摆实验装置, 同时实现有阻尼单摆、驱动摆、倒立摆的特性研究。

实验主要分为3个部分:

- (1) 大角度下阻尼对单摆摆动频率的影响
- (2) 直线型驱动摆的幅频特性、固有频率的探究与测定
- (3) 利用固有频率实现倒立摆快速直立, 完成稳定性测试

1.2 模型分析

无电机驱动时, 摆杆运动状态符合单摆的规律。
外加电机规律性驱动力后, 摆杆表现出规律性的幅频特性。
直立后, 对于倒立摆系统, 经过小心的假设忽略掉一些次要的因素后, 它就是一个典型的运动的刚体系统, 可以在惯性坐标系内应用经典力学理论建立系统的动力学方程。

1.3 实验设计

1.3.1 大角度下阻尼对单摆摆动频率的影响

无阻尼情况下, 单摆的运动微分方程为 $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$,
式中: $\omega_0^2 = g/l$, θ 为偏离平衡位置的角位移, g 是重力加速度, l 是单摆的长度。
解单摆周期并忽略高次项的小量, 可取单摆周期近似为:

$$f_s = f_0 \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\theta_0}{2} + \left(\frac{3}{8}\right)^2 \sin^4 \frac{\theta_0}{2} \right] \quad (1.1)$$

实验具体内容:

- (1) 摆杆摆长 $l=19.35\text{cm}$, 取不同角度的第一个周期的频率测量值近似为该角度无阻尼情况下运动的频率, 与利用计算所得的理论值进行比较。
- (2) 测量连续摆动下频率 f 与周期序数 n 的关系
摆杆初始角度为 60° 。

1.3.2 直线型驱动摆的幅频特性、固有频率的探究与测定

- (1) 程序控制单片机输出周期性 PWM 波驱动直流电机, 使导轨中滑块速度变化成正弦变化规律,

振幅固定，带动摆杆运动。摆杆一段时间后运动状态稳定，通过程序采集编码器信号，测量摆杆振幅。在摆杆稳定后改变驱动频率，测量出频率由高到低、由低到高两条幅频特性曲线。

(2) 通过数学物理分析，建立方程

$$\ddot{\theta} + \frac{2\zeta\omega}{\Omega} \dot{\theta} - \frac{A}{L} \sin(\Omega t) \cos(\theta) + \frac{\omega^2}{\Omega^2} \sin(\theta) = 0 \quad (1.2)$$

解析方程，和实验数据相对比。

(3) 物体的固有频率是物体的一种物理特征,由它的结构、大小、形状等因素决定,通常和物体共振频率大约相等。由理论分析知，共振频率下，很小的周期振动便可产生很大的振动，故可通过观测摆杆振幅突变点，推导共振频率即约为固有频率 f_0 。

1.3.3 倒立摆快速直立、稳定性测试

(1) 以上一部分实验得出的固有频率驱动滑块，实现摆杆快速直立。并验证理论推导的倒立状态运动方程：

$$(M + m)\ddot{x} + m\ddot{\theta} = ma \quad (1.3)$$

$$(J + ml^2)\ddot{\theta} + ml\ddot{x} = mgl\theta \quad (1.4)$$

(2) 实际应用中，倒立摆需要一定的稳定性，本实验即通过对直立后的倒立摆进行外力刺激，分析其回复过程。

2. 实验仪器与装置：

直流稳压源、编码器、单片机等。

自行设计并制作导轨、滑块连接传动等机械部分；

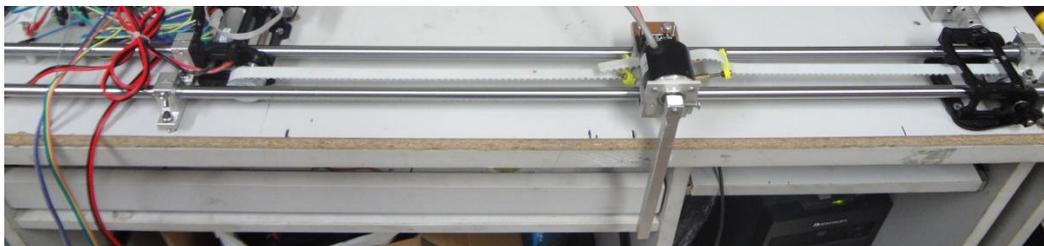


图2.1 倒立摆全貌

直流电机驱动整个系统；

双编码器实现角度、速度、位移测量和运动控制；

加速度计实现滑块运动时加速度的测量。



图2.2电机连接导轨处



图2.3滑块和摆杆

滑块质量 $M = 310.00\text{g}$ ，摆杆质量 $m = 53.61\text{g}$ ，长度 $l = 19.30\text{cm}$ 。

3 数据测量与分析：

3.1 大角度下阻尼对单摆摆动周期的影响

3.1.1 无阻尼状态下周期的实验值与理论值的对比

所得数据经 MATLAB 拟合得此图，可看出实验值变化规律和理论值基本吻合。

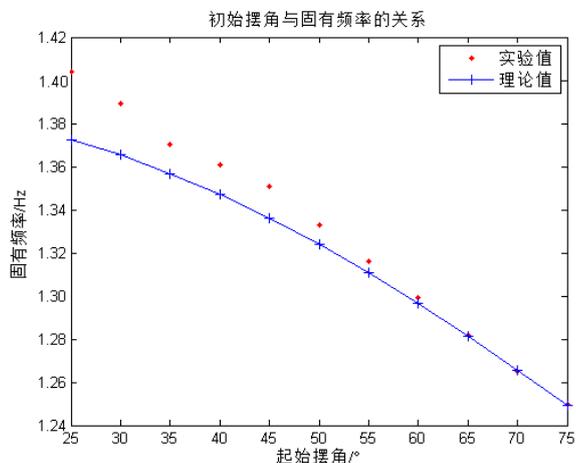


图 3.1 频率-初始角度

3.1.2 连续摆动下周期 T 与周期序数 n 的关系

分析由 60 度释放时由虚拟示波器记录的运动图像，发现摆杆摆角逐渐降低，读取每个周期的摆角值，同样经过 MATLAB 分析，得出此图。

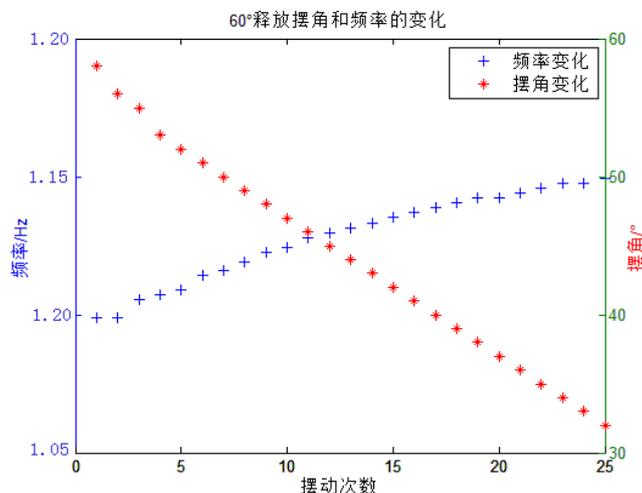


图 3.2 频率（振幅）-摆动次数

图中横坐标为运动周期数，绿线为每周期摆杆摆幅，蓝线为运动频率，可看出整个运动过程中，摆幅逐渐减小，运动频率逐渐增大。

3.2 直线型驱动摆的幅频相频特性、固有频率的探究与测定

3.2.1 幅频特性测量

摆杆长度为 19.3cm 时，测量幅频特性曲线如下。

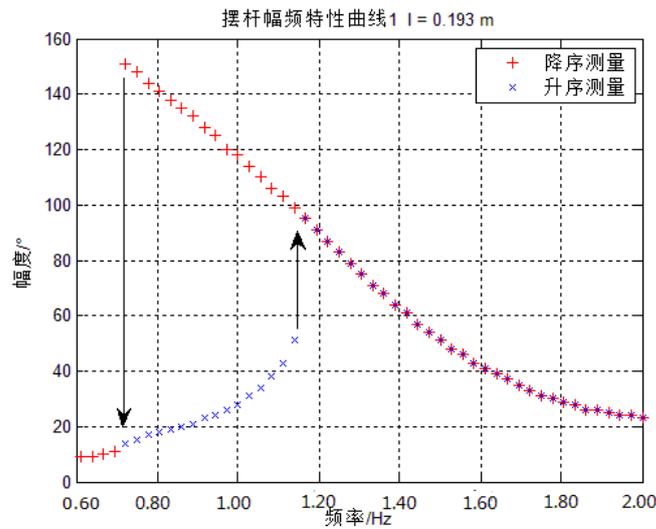


图 3.3 幅频特性 1

频率变化方向不同，振幅跳变点不同，即中间区域出现两态共存。且实验中观察到频率由高到低变化发生跳变时，滑块和摆杆运动相位从反相变为同相，频率由低到高变化时，从同相到反相。

3.2.2 固有频率

增加摆长为 34.5cm 后，重新测量幅频特性如下。

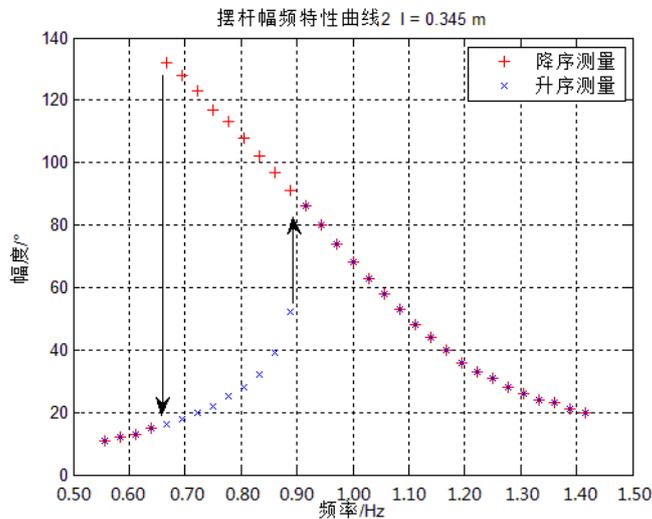


图 3.4 幅频特性 2

理论分析可知，幅频曲线跳变点即在摆杆固有频率附近，所以加长摆杆时，固有频率降低，跳变点、两态共存区对应频率也减小。数值解析建立的方程，可绘出与实验数据同样变化规律的幅频曲线图。

3.3 起振探究

控制滑块左右摆动，频率为上一个实验中所测得的固有频率，尝试倒立摆的起振。
，记录数据并经 Matlab 绘图如下：

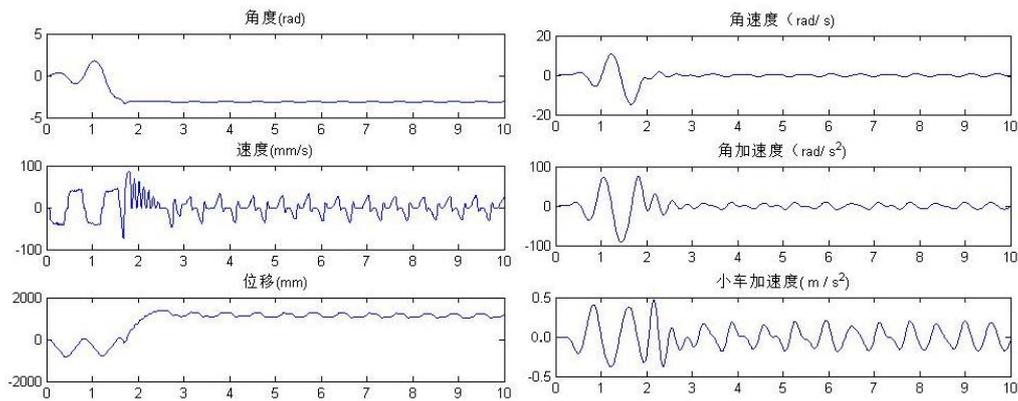


图 3.5 起振过程

如图所示，摆杆在滑块两个运动周期之内迅速起振到直立状态。摆杆摆角维持在一个很小的范围内小幅调整。滑块不断左右移动，维持倒立摆不稳定的直立平衡状态。将测量出的运动参数带入公式(1.3),(1.4)左右两边，进行拟合，下图为拟合图像。

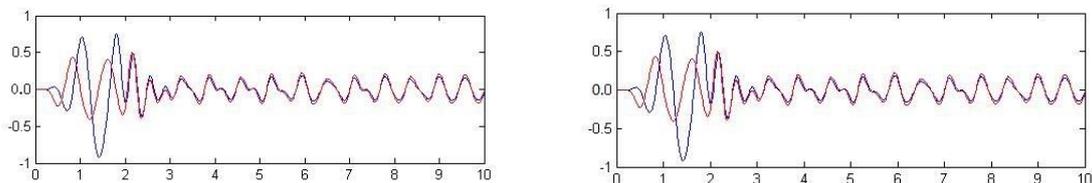


图3.6 起振过程中数据与运动公式的拟合

如图所示，倒立摆进入直立平衡状态后，运动参数和理论公式推导几乎完全吻合。

3.4 稳态测试

在倒立摆直立后，以外物进行撞击，测试自回复能力。将采集的数据绘图如下：

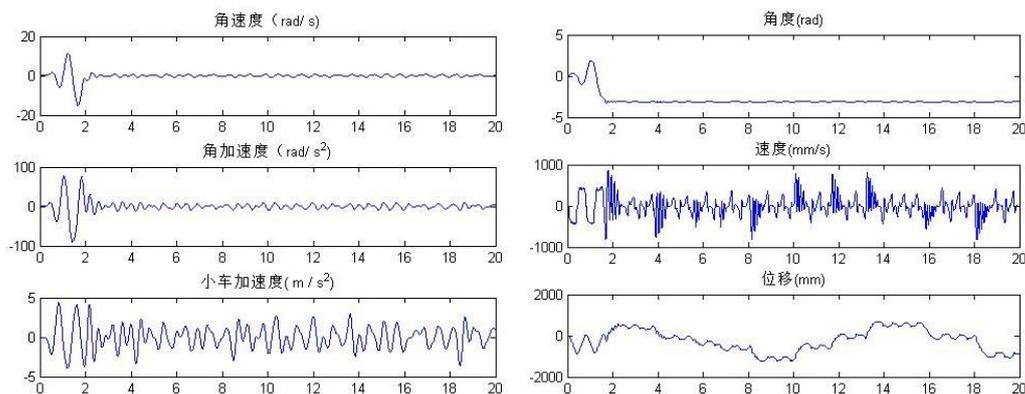


图3.7 直立扰动曲线

如图所示，滑块速度急剧调节处为受外力扰动时，系统自回复过程，图像类似阻尼运动。整个调节过程，摆杆角度几乎不变，一直保持直立。

结论：

- (1) 本实验探究了大角度下阻尼对单摆摆动周期的影响、直线型驱动摆的相频幅频特性，利用固有频率完成了倒立摆的迅速起振及稳定。

- (2) 同一装置研究多种摆，实现装置复合利用。
- (3) 驱动摆部分的的两态共存现象，为偶然发现，经自主建立方程推导后，完成了解析。
- (4) 倒立摆部分，区别于传统的全程闭环控制方法，本实验起摆部分利用物理性质实现开环起摆，接近直立位置时才开始闭环控制。

制作成本（明细）：

项目名称	金额	项目名称	金额
圆柱导轨杆	40	导轨支架	16
导轨滑块	27	皮带	40
皮带轮	48	联轴器	15
电机	240	合计	426