

# 毛细管的非定域干涉的实验及模拟研究

郑岱旭 臧继召 扈岩

(北京邮电大学 理学院 北京 100876)

**摘要** 对毛细管干涉场干涉条纹的分布进行了测量,对毛细管非定域干涉进行了深入分析,通过对内壁涂黑毛细管干涉条纹分布的测量及毛细管非定域干涉的分析和数值模拟,得出了不同于双棱镜干涉的双光束等效模型,即下侧的干涉条纹由毛细管下侧柱面的反射光和上侧柱面的折射光干涉产生,通过数值模拟得到对应的2个虚点光源的位置,对不同内外径空毛细管和充满液体毛细管干涉条纹的测量,探索毛细管干涉测量液体折射率的理论和方法。

**关键词:** 非定域干涉; 双光束干涉; 液体折射率

## 1. 引言

折射率是反映介质光学性质的一个重要参数,对其精确测定有重要的意义。测定液体折射率有多种不同的方法,简单、方便、经济地测量液体折射率是折射率测量的追求的目标和趋势。用毛细管焦点法[1, 2]和毛细管干涉法[3, 4]测量微量液体折射率已有报道。毛细管焦点法基于共轴球面光学系统的成像原理,将空气劈尖的等厚干涉原理与CCD图像处理技术相结合,接收到的干涉条纹计算出液体的折射率,但背景光影响CCD的成像。毛细管干涉法中[3, 4],从几何光学出发,对光线追迹模拟表明毛细管干涉的干涉条纹的形成可用双光束的干涉来解释。

本文对毛细管干涉场干涉条纹的分布进行了测量,通过对内壁涂黑毛细管干涉条纹分布的测量及毛细管非定域干涉的分析和数值模拟,得到对应的2个虚点光源的位置,给出了不同于以往报道的双光束等效模型,对不同内外径空毛细管和充满液体毛细管干涉条纹的测量,探索毛细管干涉测量液体折射率的理论和方法。

## 2. 实验及结果

### 2.1 毛细管干涉的实验装置

实验中使用 He-Ne 激光器,所用 3 种毛细管外径分别为 0.400mm, 0.680mm, 1.460mm,对应的内径为 0.388mm, 0.280mm, 0.812mm。实验装置如图 1 所示。实验中由距屏上条纹中心 10cm 开始每

10 级(5 级)测量一次,测量到 400cm,读出坐标,并用 CCD 相机记录干涉条纹强度变化。

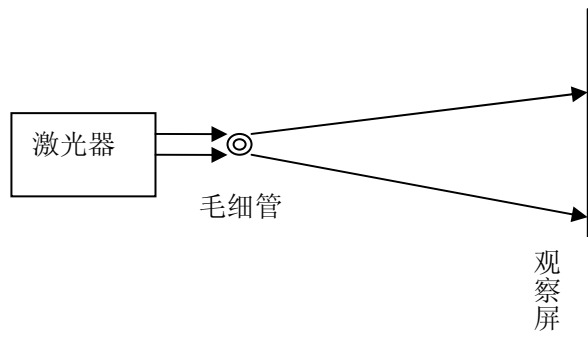


图 1 毛细管干涉的实验装置图

### 2.2 中间加黑的毛细管衍射图像

为消除毛细管光线在中空部分的反射和折射的影响,将毛细管内壁涂黑,内壁涂黑毛细管的干涉图样明暗分明,可见度很好,条纹中心呈现单丝衍射,中心 2 侧的条纹近似等间隔分布,远离中心的条纹相邻间隔逐渐增大,与双棱镜干涉相似,可以等效为 2 个点光源的干涉。

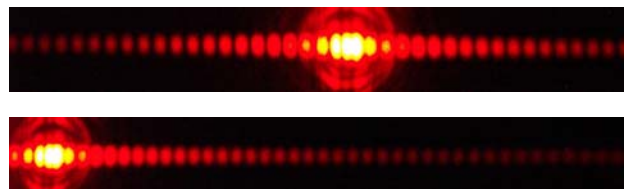
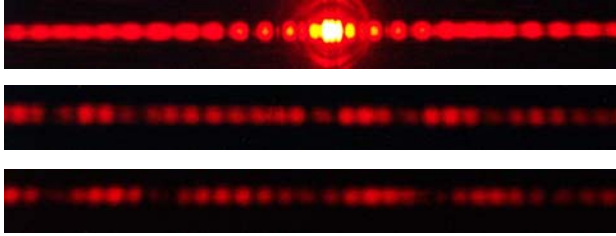


图 1 内壁涂黑毛细管的干涉图

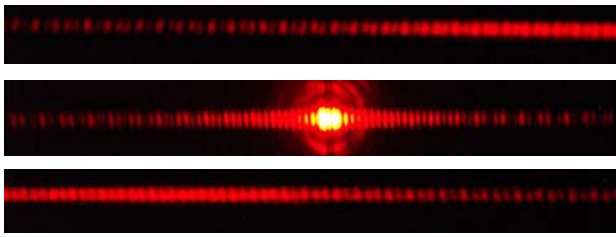
### 2.3 空管毛细管干涉

毛细管空管的干涉条纹分布范围广,360 度圆周内都存在,且不同内外径毛细管的干涉条纹具有

不同的特征，图 2(a) (b) 分别为外直径 0.4mm 和 1.460mm 毛细管的干涉条纹，外直径 0.4mm 毛细管的外侧出现明显的波包，波包中的亮纹个数随距条纹中心的距离增大而增加，1.460mm 毛细管的干涉条纹波包不明显，中心 2 侧亮纹强度减小，一段距离后强度增加并反复变化。



(a) 外直径 0.4mm 毛细管的干涉条纹



(b) 外直径 1.460mm 毛细管的干涉条纹

图 2 毛细管空管的干涉条纹

干涉条纹具体有如下特点：

- ① 条纹间距基本相等，且亮度分布相对均匀，是明显的干涉现象；
- ② 条纹受到其他因子的调制，导致条纹光强分布有周期性包络现象；
- ③ 仔细观察可以发现，每个包络内部的条纹数是随着偏离中心距离增大而增大的；
- ④ 后面通过测量可以发现，条纹的间距并不是相等的，而是逐渐增大的。

#### 2.4 充满液体的毛细管的干涉

充满液体的毛细管的干涉与图 2(a) 干涉条纹有明显包络的空毛细管的干涉条纹有相似，条纹中心位置附近干涉条纹没有明显的包络



图 3 充满液体的毛细管的干涉

### 3. 毛细管干涉的理论分析

#### 3.1 虚拟点光源干涉的理论分析

按双棱镜干涉将毛细管干涉模拟为 2 个点光源的双光束干涉，2 个虚点光源的间隔  $d$ ，点光源到屏的垂直距离为  $D$ ，如图 4，2 个虚点光源到屏上  $x$  处的光程分别为：

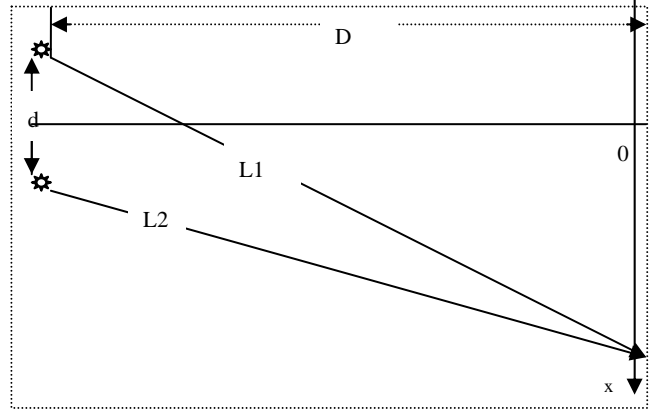


图 4 2 个虚拟点光源的双光束干涉示意图

$$L_1 = \sqrt{D^2 + (x + d/2)^2} \quad (1)$$

$$L_2 = \sqrt{D^2 + (x - d/2)^2} \quad (2)$$

其中  $x$  为屏上该点到条纹中心的距离，两式平方相减：

$$L_1^2 - L_2^2 = 2xd \quad (3)$$

光程差：

$$\begin{aligned} L_1 - L_2 &= \frac{2xd}{L_1 + L_2} \\ &= \frac{2xd}{\sqrt{D^2 + (x + d/2)^2} + \sqrt{D^2 + (x - d/2)^2}} \\ &\approx \frac{xd}{\sqrt{D^2 + x^2}} \end{aligned} \quad (4)$$

屏上  $x_1$  到  $x_2$  间有  $N$  级干涉条纹，设  $x_1$  处级次为  $k_0$

级， $x_2$  处  $k + N$  级，则：

$$\frac{x_1 d}{\sqrt{D^2 + x_1^2}} = k_0 \lambda \quad (5)$$

$$\frac{x_2 d}{\sqrt{D^2 + x_2^2}} = (k_0 + N) \lambda \quad (6)$$

令  $\Delta x_1 = x_2 - x_1$ ，距条纹中心较远处  $\Delta x_1 \ll x_1$ ，

$$\frac{x_2 d}{\sqrt{D^2 + x_2^2}} - \frac{x_1 d}{\sqrt{D^2 + x_1^2}} = \frac{D^2 d}{(D^2 + x_1^2)^{\frac{3}{2}}} \Delta x_1 = N\lambda \quad (7)$$

$$\text{则: } \Delta x_1 = \frac{(D^2 + x_1^2)^{\frac{3}{2}}}{D^2 d} N\lambda \quad (8)$$

由测量的条纹间隔可以计算 2 个虚点光源的间隔:

$$d = \frac{(D^2 + x_1^2)^{\frac{3}{2}}}{D^2 \Delta x_1} N\lambda \quad (9)$$

通过一组  $x_1$ ， $\Delta x_1$  可以求出对应的  $d$ ，实验中连续测量每  $N$  级条纹的位置，按上式每  $N$  个级次计算出虚点光源的间隔，结果发现虚点光源的间隔随  $x$  增大而增加，且  $d$  与条纹距中心  $x$  呈线性关系，即

$$d = kx + d_0 \quad (10)$$

如图 5，此结果与 2 个虚点光源干涉的假设不一致。

按 (10) 式关系， $N$  个条纹间距  $\Delta x_1$  满足

$$\Delta x_1 = \frac{(D^2 + x_1^2)^{\frac{3}{2}}}{D^2 (kx + d_0)} N\lambda \quad (11)$$

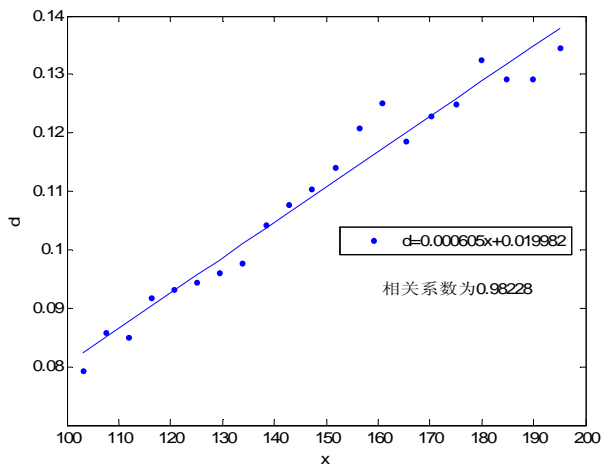


图 5 点光源的间隔  $d$  与条纹距中心  $x$  的关系

### 3.2 毛细管干涉的虚拟点光源

经分析屏上  $x > 0$  一侧的干涉条纹主要由毛细管上部柱面的折射光和下部柱面的反射光相遇而形成，如图 6，等效为 2 个同位相的虚点光源图 7，同理  $x < 0$  一侧的干涉条纹相反。

实验中通过遮挡下部柱面的反射光， $x > 0$  一侧的干涉条纹消失，而  $x < 0$  一侧的干涉条纹没有变化，如图 8。

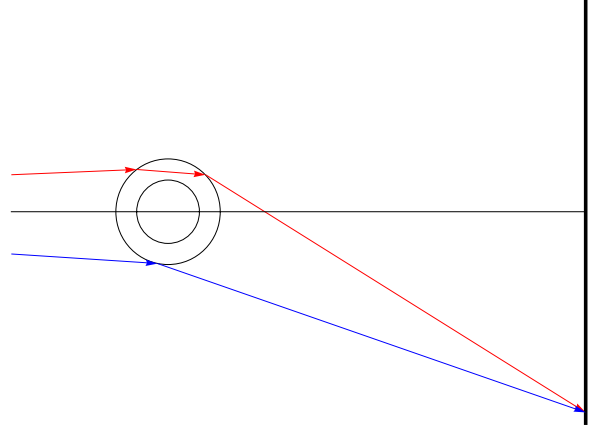


图 6 毛细管双光束干涉示意图

对  $x > 0$  一侧的干涉条纹，设 2 虚点源位置为  $(-a_1, b_1)$  和  $(a_2, -b_2)$ ，分别对应毛细管上部柱面的折射光和下部柱面的反射光的虚光源，在屏上  $x$  处光程差为：

$$L_1 - L_2 = \sqrt{(D + a_1)^2 + (x - b_1)^2} - \sqrt{(D - a_2)^2 + (x + b_2)^2} \quad (12)$$

$a_1, a_2, b_1, b_2 \ll D, x$

$$L_1 - L_2 = \frac{(a_1 + a_2)x + (b_1 + b_2)D}{\sqrt{D^2 + x^2}} \quad (13)$$

令  $a = (a_1 + a_2), b = (b_1 + b_2)$

$$L_2 - L_1 = \frac{ax + bD}{\sqrt{D^2 + x^2}} \quad (14)$$

$$x_1 \text{ 处 } k_0 \text{ 级: } \frac{ax_1 + bD}{\sqrt{D^2 + x_1^2}} = k_0 \lambda$$

$$x_2 \text{ 处 } k + N \text{ 级: } \frac{ax_2 + bD}{\sqrt{D^2 + x_2^2}} = (k_0 + N) \lambda$$

令  $\Delta x_1 = x_2 - x_1$ ，距条纹中心较远处  $\Delta x_1 \ll x_1$

$$\frac{ax_2 + bD}{\sqrt{D^2 + x_2^2}} - \frac{ax_1 + bD}{\sqrt{D^2 + x_1^2}} = \frac{aD^2 + bx_1D}{(D^2 + x_1^2)^{\frac{3}{2}}} \Delta x_1$$

$$= N\lambda \quad (15)$$

$$\Delta x_1 = \frac{(D^2 + x_1^2)^{\frac{3}{2}}}{aD^2 + bx_1D} N\lambda \quad (16)$$

a, b, D 是常量, 令  $k=b/D$ ,  $d_0 = a$  则

$$\Delta x_1 = \frac{(D^2 + x_1^2)^{\frac{3}{2}}}{D^2(kx + d_0)} N \quad (17)$$

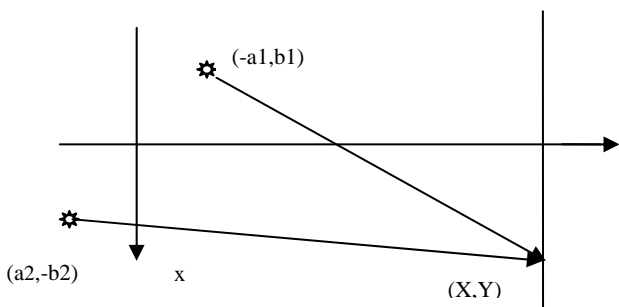


图7 毛细管干涉的等效点光源



图8 遮挡  $x \geq R$  一侧柱面的反射光时的光强分布与实际拟合的结果(11)式一致, 因此毛细管的干涉可以等效为连线与接收屏不平行的两虚光源的干涉, 利用上式求出毛细管的 a, b, 反求 x 处  $\Delta x$ , 与实验测得数据相差不超过 0.1cm, 在实验测量精度范围内, 表1为上述方法计算的不同毛细管的 a, b 值。

表1. 不同毛细管的 a, b 值。

毛细管	外直径 (mm)	内径 (mm)	b(mm) 原 x	a(mm) 原 y
1 空	0.40	0.388	0.3132	0.2251
1 黑			0.3822	0.1278
2 空	0.68	0.28	0.0792	0.4633
2 黑			0.4549	0.4042
3 空	1.46	0.812	0.2992	1.0332
3 黑			0.7454	1.1357

## 4. 数值模拟研究

空毛细管或毛细管中充满液体, 考虑内壁上的反射和折射, 出现4个虚光源的干涉, 图9为4个虚光源的干涉模拟图, 第3、4个虚光源位置与液体折射率有关,

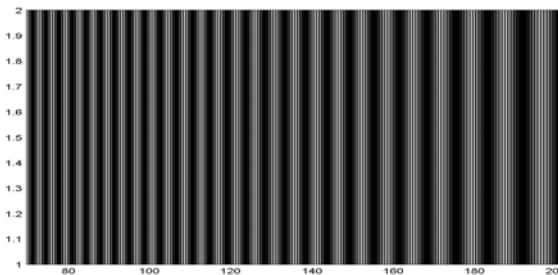


图9 4个虚光源的干涉模拟图

## 5. 结论

内壁涂黑毛细管的干涉可以等效为连线与接收屏不平行的两虚光源的干涉, 空毛细管和充满液体毛细管可以等效为4个虚光源的干涉, 虚光源的位置与毛细管参数和中间介质折射率有关, 以后的工作中将解决由毛细管干涉条纹分布测量液体折射率。

致谢: 感谢与北京邮电大学理学院王永刚教授有益讨论和07级候志博同学在数值模拟方面的大力帮助。

## 参考文献

- [1] 李强, 韩广辉, 邢曼男, 等. 用毛细管焦点法精确测量微量液体的折射率[J]. 光学学报, 2009, 29(9): 2468-2472
- [2] 李强, 苏光辉, 张瑞凯, 等. 透明毛细管管壁折射率的无损测量[J]. 光学精密工程, 2010, 18(6): 1264-1269
- [3] 杨爱玲, 张金亮, 李文东. 毛细管干涉仪的理论分析[J]. 光子学报, 2008, 37(10): 2048-2053
- [4] M Le Menn and J Lotrian. Refraction index measurement by a laser-cube-capillary technique[J]. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2001, 34:1256-1265
- [5] W A Ramadan and H H Wahba. Lens-fibre interference in measuring liquids' refractive indices[J]. *Measurement Science and Technology*, 2006, 17(1): 215-220