

2010 年北京市
大学生物理实验竞赛

项目说明

参赛学校 北京邮电大学_____

参赛题目 耦合对受迫振动下同步的影响

组队负责人 李昂_____

组队成员 曾静宜_____

北京市大学生物理实验竞赛组委会制

2010 年 6 月

参赛题目	耦合对受迫振动下同步的影响			
负责人姓名	性别	出生年月	专业	年级
李昂	男	1989.5.26	应用物理	大三
手机, email	15101145638, tbla_000@126.com			
队员姓名	性别	出生年月	专业	年级
曾静宜	女	1990. 2.27	数学与应用数学	大三

设计原理与方法

在外来周期性力的持续作用下, 振动系统发生的振动称为受迫振动。这个“外来的周期性力”叫驱动力(或强迫力)。物体的受迫振动达到稳定状态时, 其振动的频率与驱动力频率相同, 而与物体的固有频率无关。在物理学研究中, 具有相互作用的振动系统即耦合振动系统。本实验主要研究, 耦合对受迫振动系统达到同步状态所需时间的影响。

本实验室采用的器材是对原耦合摆共振实验仪器的改造。原耦合共振仪器的支架金属杆十分光滑, 各个单摆之间由于杆对摆球固定器件产生的耦合作用近似为 0。因此增加摆球之间的耦合作用成为本实验设计的重点和难点。

本实验则基于自己建立的物理模型以及计算机模拟的结果, 将同步现象通过单摆模型真实的展现出来。

模型建立

为了形象地得到耦合和驱动力对其同步的影响, 本实验采用非理想情况(即考虑到驱动, 耦合和振子质量)的 Kuramoto 模型模拟 N 个单摆在最近邻耦合情况下的同步过程, 模型如下:

$$\begin{cases} m\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 = \omega_1 + \frac{k}{3}\sin(\theta_2 - \theta_1) + A\sin\omega t \\ m\ddot{\theta}_i + \dot{\theta}_i = \omega_i + \frac{k}{3}[\sin(\theta_{i+1} - \theta_i) + \sin(\theta_{i-1} - \theta_i)] + A\sin\omega t \\ m\ddot{\theta}_n + \dot{\theta}_n = \omega_n + \frac{k}{3}[\sin(\theta_{n+1} - \theta_n) + \sin(\theta_{n-1} - \theta_n)] + A\sin\omega t \end{cases}$$

其中, m 是小球的质量, θ_i 是第 i 个小球的摆角, ω_i 是第 i 个单摆的固有圆频率, k 为相邻振子的耦合强度, $A\sin\omega t$ 是周期性驱动外力。

对此模型在三个单摆的情形进行计算机模拟。图 1 是 3 个耦合振子的模拟结果。三个小球固有频率为 $8.2^\circ/s$, $7.4^\circ/s$, $7.1^\circ/s$, 初始角相位分别为 21.7° , -13.0° , -35.9° 。

图中, 横坐标为时间, 纵坐标为 3 个摆球的角速度, 从左到右耦合强度逐渐增加, 从上到下外驱动频率逐渐增加。

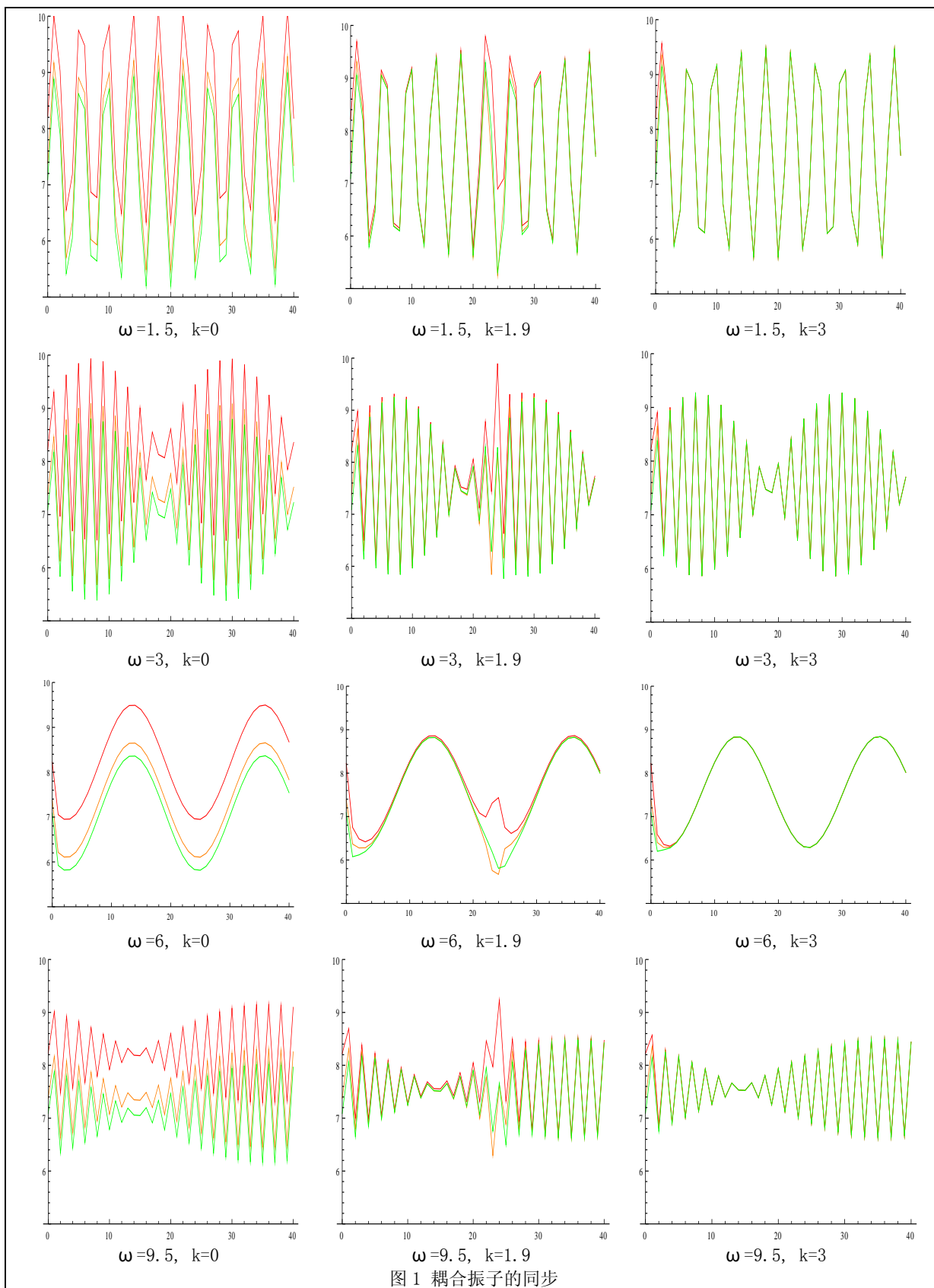


图1 耦合振子的同步

从图中可以看出，在没有耦合的情况下（左，），3个振子振动频率都与外驱动频率相同，但相位不同。耦合

实验仪器与装置

基于以上物理模型以及计算机模拟得到的结论，我们力图将模拟的结果用现象展示出来。

1. 耦合常数 k 的实现

为了在实验中实现耦合常数 k ，本实验通过磁场的作用来实现耦合及对耦合力度大小调节。本实验将磁铁的位置设计在固定单摆器件上，此磁场位置的设计既能实现添加耦合，又能保证单摆之间的耦合强度相同。每个单摆的固定器件上放置相同数目的磁铁，磁铁数目增多，单摆之间的耦合力度增强，反之亦然。通过上述方式实现了对耦合力度的调节。

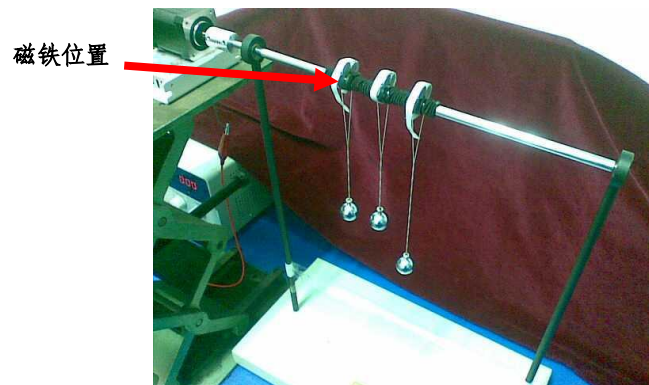


图 7 磁铁位置

2. 驱动的实现

为了保证驱动力的周期性和稳定性，我们设计了电机和角度控制器的组合，如图 8。



图 8 实验装置

数据测量与分析

用 3 个不同摆长的耦合单摆，我们看到了一些有趣的现象。比如，

通过计算机模拟得到的上图进行对比，推测如下现象：

1. 三个固有频率不同的振子，在驱动周期相同的情况下，耦合的存在会加快同步的过程；
2. 三个固有频率不同的振子，在驱动周期相同的情况下，表征耦合强度的 k 越大，同步所用的时间越少；
3. 三个固有频率不同的振子，在耦合强度相同的情况下， ω 的不同导致同步的物理图像不同，如有类似正弦曲线的，调和曲线的等等。

结论

振动系统的耦合是一种振子之间的相互作用，此作用的效果可以使独立振子组成的振动系统趋于某一稳定状态。理论上，在仅有驱动力的作用下，不同固有频率的振子组成的振动系统在充分长的时间内能够实现同步。但是，由于耦合的介入及影响，增加了相邻振子之间的联系和作用，使之不再独立。比如说：相邻振子 A、B，振子 A 的角速度较大，振子 B 的角速度较小。由于 A 对 B 的耦合作用导致 B 的角速度有增大的趋势；同时由于 B 对 A 的耦合作用，导致 A 的角速度有减少的趋势。在此耦合机理的牵制和调节下，会促进和加快同步过程的实现。

此外此耦合力度越大的时候，振子与振子之间的作用越明显，角速度增加和减少的趋势也会变得更加明显，从而减少同步所用时间。

参考文献

- 【1】郑志刚，《耦合非线性系统的时空动力学与合作行为》，高等教育出版社，2004；
- 【2】曹尔第，《近代物理实验》，华东师范大学出版社，1992。