

# 复杂光学干涉图样的仿真与物理实验的比较

王涵 赵晓红

(北京邮电大学 物理实验中心)

**【摘要】**: 本文对大学物理实验中较复杂的 F-P 腔多光束干涉实验和晶体锥光干涉实验进行了数值仿真. 将 F-P 腔多光束干涉仿真与钠黄光波长差测量实验相结合, 讨论了 F-P 干涉仪测量钠黄光波长差的两种方法, 得到了亮暗重合的方法更易于实验判断和准确性跟高的结论; 对锥光干涉实验, 给出单双轴晶体锥光干涉图样的迭代算法, 并应用此算法模拟了铌酸锂晶体在不同电场强度下的会聚偏振光干涉图, 仿真结果与实验图样一致.

**【关键词】**: 多光束干涉; 锥光干涉; F-P 干涉仪; 电光效应;

## 1 引言

干涉现象的观测是光学实验中的重要组成部分, 它很好的展现了光的波动性质, 同时形态各异的干涉图样也反映了装置的许多物理特性. 例如利用干涉效应测量孔径、表面平整度, 或用于观测晶体的结构等. 在大学物理实验中, 一些比较简单的干涉现象, 如双孔干涉, 等厚干涉等, 理论较为简单, 容易理解. 而对于一些较为复杂的干涉现象, 如本文介绍的多光束干涉, 锥光干涉等, 理论解释不直观, 甚至有一些只有定性的介绍, 没有定量的描述<sup>[1][2]</sup>. 因此, 从这个角度出发, 本文介绍了 F-P 腔多光束干涉和电光晶体锥光干涉的数值仿真方法. 其中前者着重与实验过程存在的问题相结合, 体现了数值仿真在实验指导方面的作用; 后者则着重介绍了锥光干涉复杂理论的仿真实现, 对理解干涉图样形成有很好的辅助作用, 并得到很好的仿真结果.

## 2 F-P 腔多光束干涉仿真

F-P 干涉仪是一种利用多光束干涉观测光谱的精细结构的仪器, 其干涉图样的特点与等倾干涉一致, 区别在于它的分辨本领和测量精度远远高于等倾干涉, 因此它可以用于精密测量. 一个实际的例子在于大学物理实验中对钠双线波长差的测量<sup>[3][4]</sup>. 本文所介

绍的仿真过程, 正是基于这个实验, 并对该实验的存在的一些问题进行了讨论.

### 2.1 理论分析

参照物理实验教材<sup>[3]</sup>给出的方法. 对含有双谱线结构的钠光, 将形成两套干涉条纹, 当一套干涉条纹亮纹恰移动至另一套条纹两亮纹中间时 (下面简称为亮暗重合), 两套干涉条纹完全分离, 视场中干涉亮纹均匀分布, 如图 1 所示. 这种均匀分布随着腔长的增加周期性出现. 利用这个性质我们可以求出 Na 双线的波长差, 可以得出波长差的公式为:

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\bar{\lambda}^2}{2\Delta d_1} \quad (1)$$

式中  $\Delta d_1$  为测量的每一周期腔长的改变量,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为 Na 双线的波长,  $\bar{\lambda}$  是波长的平均值.

然而, 通过实验观测, 还有另一种周期性现象出现. 即随着腔长的增大, 视场中  $\lambda_1$  的  $k_1$  级条纹会与  $\lambda_2$  的  $k_2$  ( $k_1 > k_2$ ) 级亮条纹相互重叠 (即亮亮重合), 虽然两组同心亮环不可能完全重合, 但在视场中  $\theta \rightarrow 0^\circ$  的情况下, 由于存在分辨极限, 当两套谱线重合至相应的半峰宽度时, 仅能识别单线结构. 此种等间隔现象的

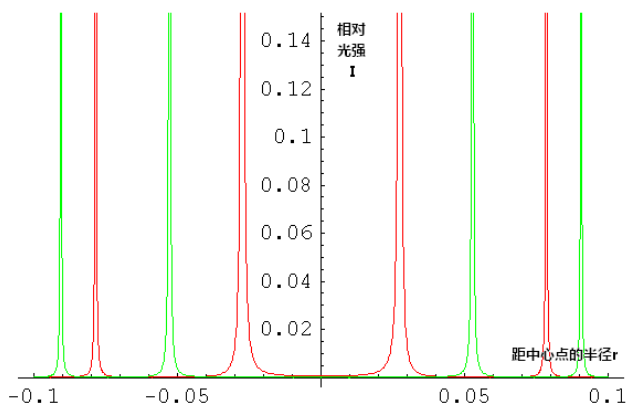


图 1 光强极大相互错开时等间距情况

条纹间距大约是亮暗重合的两倍. 这时在观察区域内亮纹也是等间距的, 经过推导波长差计算公式与(1)式相同, 因此两种效应同时存在很容易对实验产生干扰. 为比较两套条纹完全重合和互相错开且等间距这两种情况下波长差的测量, 本节对 F-P 腔多光束干涉进行了数值仿真和实验验证, 并给出两种方式的优劣.

### 2.2 数值仿真

根据透射型多光束干涉的光强公式<sup>[1]</sup>, 计算得到光强  $I$  随半径  $r$  变化的仿真图. 如图 2 和图 3, 分别是在  $d$  为  $0.2\text{ mm}$  至  $0.7\text{ mm}$  范围内的两种不同的等间距前后的情况, 其中图 2 为亮暗重合条纹等间距, 图 3 为亮亮重合亮纹等间距情况. 仿真中, 条纹随  $d$  的增加吐出速度很快, 通过对比可以看出, 如果采用亮亮重合情况进行测量, 两套谱线重合至相互半峰宽度位置时(图 3b), 就无法分辨了, 在  $d$  改变  $0.170\text{mm}$  的范围内, 仍然感到亮纹是等间距的. 相比亮暗重合等间距情况, 人眼能够更加准确的判断等间隔情形, 此时  $d$  仅需要  $0.040\text{mm}$  的改变, 就可以分辨出两亮纹不再是等间距. 但若  $d$  的选取较大, 视野中过密条纹会使判断等间隔位置造成困难, 尤其对光强极大相互重合时等间距情况. 因此, 由计算机仿真可知, 亮暗重合较亮亮重合更佳, 下面的实验测量也验证了这一结果.

### 2.3 实验验证

在实验中为了区别这两种情况, 应注意观察视场中条纹亮环的密度, 亮暗重合时亮纹的密度大致是亮亮重合时的两倍, 且两次相邻亮暗重合或亮亮重合等间隔时条纹的密度变化不明显.

对于亮亮重合, 亮纹从开始重合到开始分离  $d$  的改变量为  $0.010\text{mm}$ , 观察不到两亮线明显的分离, 由此计算得到  $\Delta\lambda$  的不确定度为  $0.022\text{nm}$ , 相对不确定度为  $3.7\%$ . 而对亮暗重合等间距情况,  $d$  改变  $0.003\text{mm}$  可观察到亮纹间距变化, 因此亮暗重合要优于亮亮重合,  $\Delta d$  主要的不确定度来自人眼对等间距的判断极限对应的  $d$  改变, 而测量仪器本身的精度是很高的,  $d$  的最小分度为  $10^{-5}\text{mm}$ . 测量结果为:

$$\begin{cases} \Delta\lambda = (0.5994 \pm 0.0066)\text{nm} \\ \frac{u(\Delta\lambda)}{\Delta\lambda} = 1.07\% \end{cases}$$

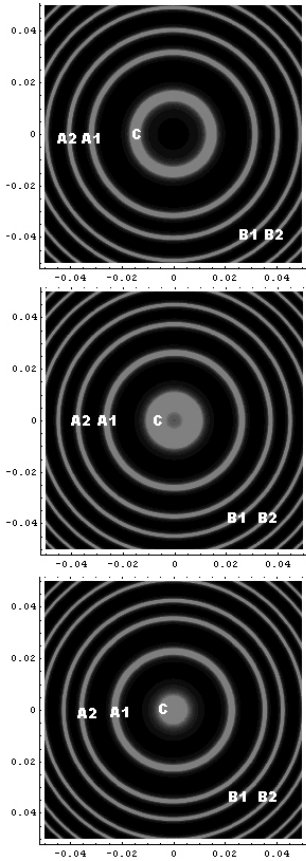
与公认的理论值  $0.597\text{nm}$  进行对比:

$$\frac{|\Delta\lambda - \lambda_{\text{理}}|}{\Delta\lambda_{\text{理}}} = 0.335\%$$

可见无论是仿真结果还是实验结果, 采用亮暗重合这种测量方法更优. 以上数值仿真真实的再现了整个实验过程, 并可对实验中存在的问题进行分析讨论, 对实验过程和理论分析有很好的指导作用.

## 3 电光晶体锥光干涉仿真

在基于铌酸锂晶体的电光效应的实验中, 晶体锥光干涉图的观测是实验中一个重要环节<sup>[3]</sup>, 它很好的展示了铌酸锂晶体的一次电光效应. 在外加横向电场后, 铌酸锂晶体由单轴晶体转变为双轴晶体. 反映在干涉图样上, 则可以观察到从单轴晶体的图样逐渐过渡到双轴晶体的图样. 研究其干涉图样的形成和变化对研究晶体



a.  $d=0.410\text{mm}$ , 可以观察到亮环 A1 到 C 的距离明显大于 A2 到 A1 的距离, B1 到 A2 的距离明显大于 B2 到 B1 的距离

b.  $d=0.435\text{mm}$  可以观察到亮环 A1 到 C 的距离等于 A2 到 A1 的距离, B1 到 A2 的距离等与 B2 到 B1 的距离

c.  $d=0.450\text{mm}$ , 可以观察到 A1 到 C 的距离小于 A2 到 A1 的距离, B1 到 A2 的距离明显小于 B2 到 B1 的距离

图 2 亮暗重合情况下视场中亮条纹的分布仿真

相关性质有重要的作用。

由于单轴晶体锥光干涉图样形成理论相对简单, 其沿各个方向入射光线的折射率和相位差有解析解, 因此可以较容易的实现图样的仿真<sup>[5]</sup>. 对比而言, 双轴晶体的理论则更复杂, 不存在解析形式, 因此其仿真较为困难, 以往也多是定性的讨论<sup>[2]</sup>. 下面介绍一种采用迭代算法的数值模拟方法, 并将仿真结果与实验相对照。

### 3.1 理论介绍

晶体的电光效应实验示意如图4所示, 其中起偏器的偏振方向平行于电光晶体的主轴  $x$  轴, 检偏器的偏振方向平行于主轴  $y$  轴, 透镜的作用是使得平行入射光形成锥面入射晶体。

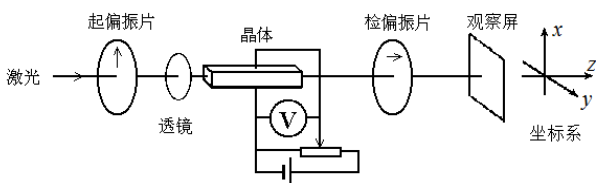
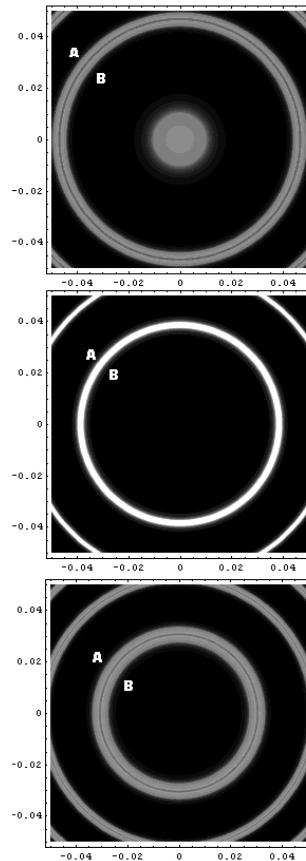


图 4 晶体电光效应实验示意图



a.  $d=0.250\text{mm}$ , 可以看出其亮环 A, B 恰可以分辨, 继续增大腔长, 则再难以分辨

b.  $d=0.285\text{mm}$ , 可以看出, A, B 两套亮环完全重合, 视场中出现亮环的单线分布,

c.  $d=0.320\text{mm}$ , 可以看出, A, B 恰可以分辨, 随着腔长的增大, A, B 两套亮环又重新错开

图 3 亮亮重合情况下视场中亮条纹的分布仿真

入射光经起偏器后变为振动方向平行于  $x$  轴的线偏振光, 当光通过电光晶体后, 由于双折射效应, 会在两个本征偏振方向上分解为两束光线并产生相位差, 当通过检偏器后, 这两个本征偏振方向会在检偏器偏振方向  $y$  进行合成并产生干涉效应, 并最终显示在观察屏上。

其中, 未加电场时铌酸锂晶体光轴与图 4 中  $z$  轴重合, 是单轴晶体, 折射率椭球是旋转椭球:

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (2)$$

式中  $n_o$  和  $n_e$  分别为晶体的寻常光和非常光的折射率. 当在铌酸锂晶体在  $x$  方向加上电场时, 折射率椭球绕  $z$  轴旋转了  $45^\circ$ , 其感应轴为  $x', y'$ . 并由单轴晶体转变为双轴晶体, 垂直于光轴  $z$  方向的折射率椭球截面由圆变为椭圆, 此椭圆方程经过主轴变换后为:

$$\left(\frac{1}{n_0^2} - \gamma_{22} E_x\right) x'^2 + \left(\frac{1}{n_0^2} + \gamma_{22} E_x\right) y'^2 = 1 \quad (3)$$

其中  $\gamma_{22}$  为电光系数,  $E_x$  为横向电场, 考虑到  $n_0^2 \gamma_{22} E_x \ll 1$ , 经简化得到

$$n_{x'} = n_0 + \frac{1}{2} n_0^3 \gamma_{22} E_x \quad n_{y'} = n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 \gamma_{22} E_x \quad (4)$$

当光线以  $\psi_0$  角度入射后, 由于存在双折射效应, 会在入射面介质一端内出现两束折射波矢, 如图 5 所示.

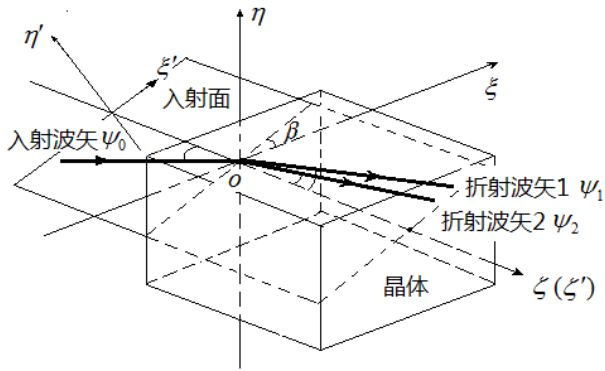


图5 双折射波矢及坐标系关系示意图

两束波矢量的振动方向垂直, 且折射率不同. 如果能求得折射波矢的方向和对应的折射率, 就能获得两束光线的相位差:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l_c (n_2 \cos \psi_2 - n_1 \cos \psi_1) \quad (5)$$

其中  $l_c$  为晶体长度,  $\lambda$  为入射光波长. 获得了两束光线的相位差, 再由偏振光干涉和电磁波的表面边界条件求得两束光线的光强  $A_1, A_2$ , 即可得到该方向干涉光强:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \delta \quad (6)$$

当我们求得各个入射方向的光强后, 即可获得整个干涉图样.

### 3.2 算法介绍

要得到锥光干涉的干涉图样, 由(5)和(6)式可知, 需要求得两束不同偏振态光线的相位差和光强. 前者主要与两束光的折射率和入射波矢的方向性有关, 后

者与两束偏振光在晶体表面的折射透射情况相关.

(1) 折射率和晶体中波矢方向的获得:

在晶体主轴坐标系 (设为  $o-xyz$ ) 下, 对任意方向的波矢量, 可以通过折射率椭球截面法来获得其本征偏振方向和折射率. 然而晶体往往不会严格按照主轴坐标系切割, 同时入射面情况各异 (如图 2 所示,  $\beta$  为入射面坐标系与切割坐标系的夹角). 设切割坐标系为  $o-\xi\eta\zeta$ , 入射面坐标系  $o-\xi'\eta'\zeta'$ , 可以得到由入射面坐标系到主轴坐标系的变换矩阵.

在求解过程中, 波矢在晶体中的方向  $\psi$  和折射率  $n$  都是未知的, 我们现有的参数仅有入射角度  $\psi_0$ 、入射面参数  $\beta$  和折射关系:

$$n_0 \sin \psi_0 = n \sin \psi \quad (7)$$

我们先预估一个  $\psi$ , 在入射面坐标系中表示出晶体中波矢方向, 并利用变换矩阵将其变换到主轴坐标系中, 之后在主轴系下采用折射率椭球法求得相应的折射率  $n$ , 再回带(7)式, 观察是否满足精度要求, 若不满足, 则根据结果调整预估的  $\psi$ , 再次进行迭代直到满足精度要求为止. 由折射率椭球的相关理论可知, 上述迭代过程有两个解  $n_1, n_2$ , 分别对应不同的折射角  $\psi_1, \psi_2$  和相应的本征偏振方向.

(2) 两束光线光强的获取<sup>[6]</sup>:

由于入射光为线偏振光, 先将其分解为平行入射面的  $P$  分量和垂直入射面的  $S$  分量. 由介质表面的  $\vec{E}, \vec{H}$  平行分量连续性可以得到折射波的透射率公式. 与一般菲涅尔公式推导方式相比较, 需要注意两点: 一是由于各向异性的关系, 晶体中波矢方向  $\vec{k}$  与  $\vec{E}$  的方向是不垂直的. 二是存在两条折射光线, 需要利用 (1) 中获得的本征偏振方向来求得其光强. 在出射端的情况类似. 最终  $P$  分量和  $S$  分量在检偏器处合成, 求得

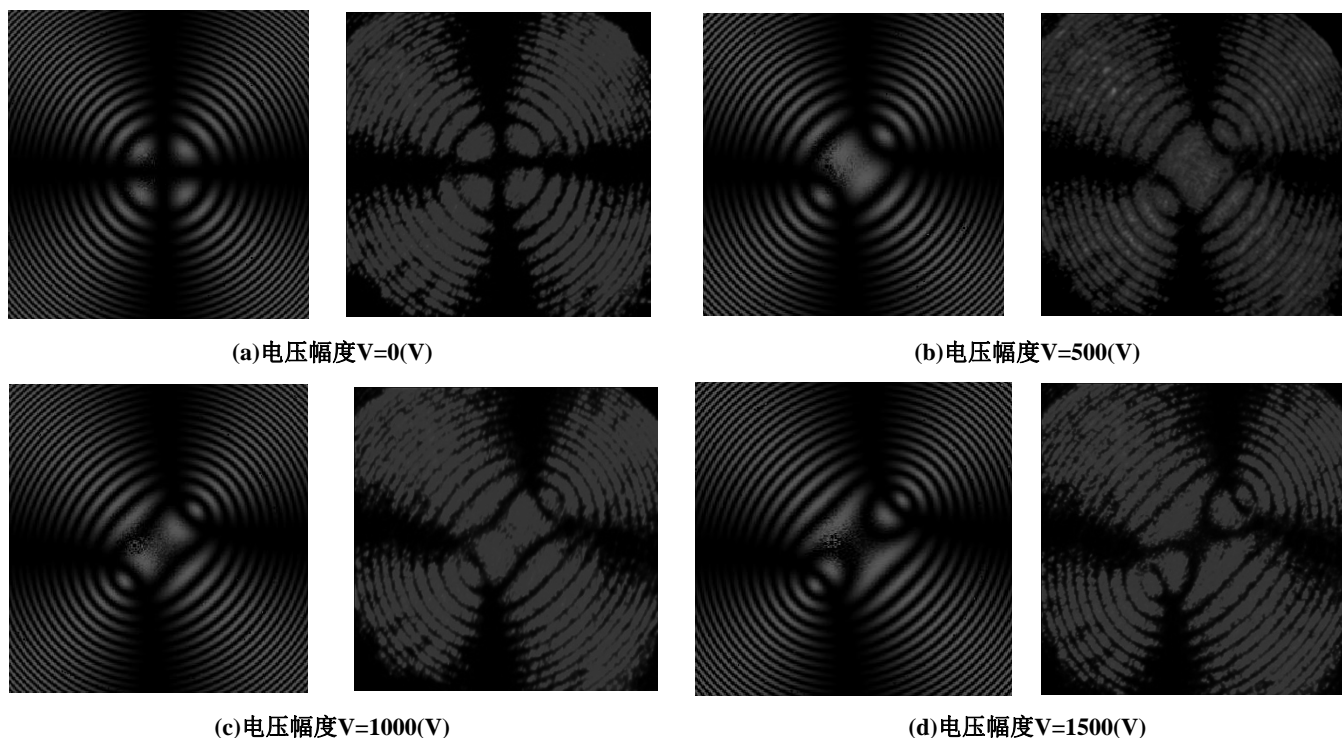


图6 模拟结果（左侧）和实验结果（右侧）对照图

$A_1, A_2$ ，并在观察屏处由(6)式获得相应的干涉光强.

### 3.3 实验对照

采用上述算法获得的模拟图样和实验对照如图 6 所示，可以观察到模拟结果和实验结果是非常相似的. 在未加电压时，干涉图样与单轴晶体相同. 加上电压后，干涉图样则与双轴晶体相同，整体旋转了  $45^\circ$ ，同时出现了两个光轴指向的中心. 随着电压的增大，两个中心的偏离度逐渐增大，这是与理论相符合的. 同时还注意到，铌酸锂晶体的电光系数  $\gamma_{22}$  非常小，计算出的两光轴折射率偏差为  $\Delta n = 1.22 \times 10^{-5}$ . 因此，仿真算法对折射率变化是非常灵敏的. 由于同种晶体对不同频率入射光的电光系数不同，如果换用单色性更好的光源，该仿真结果可以用于校验晶体的电光系数.

## 4 结论

在上述两个仿真过程中，我们观测到了与实验相一致的光学干涉图样，并将仿真结果与实验相结合，为实验和实验理论提供指导. 在仿真过程中，涉及

到多光束干涉、偏振光干涉、晶体双折射效应和电磁波在介质表面的反射折射理论，综合性很强，对理解好 F-P 腔多光束干涉、晶体的电光效应和单双轴晶体的锥光干涉有很好的辅助作用.

### 参考文献：

[1] 赵凯华《新概念物理教程-光学》(M) 高等教育出版社 2004.11  
 [2] 汪祖 《晶体光学》(M) 南京大学出版社 2003.4  
 [3] 蒋达娅 肖井华 朱洪波 陈以方《大学物理实验教程(第二版)》(M) 北京邮电大学出版社 2007.7  
 [4] 郑少波, 法布里-珀罗干涉仪观测钠双线的波长差的简便方法[J], 大学物理实验, 1999, 12(2), 10-11  
 [5] 孔丽晶, 骆万发, 基于Matlab 的单轴晶体锥光干涉图样模拟[J], 物理实验, 2009, 29(2), 13-16  
 [6] 沈为民 金永兴 邵中兴 光在双轴晶体表面的反射与折射[J], 物理学报, 2003, 52(12), 3049-3054