

多元线性回归用于牛顿环 CCD 成像法测量

陈秀鹏*

(北京邮电大学电信工程学院, 北京, 100876)

赵晓红

(北京邮电大学理学院, 北京, 100876)

摘要:介绍了一种用面阵 CCD 记录牛顿环的等厚干涉图像, 用多元线性回归方法对数据进行处理, 得到的干涉图样各级次的半径和透镜曲率半径的方法。

关键词:牛顿环干涉; 线性回归; 面阵 CCD

中图分类号: O 4 - 34; O 436 - 1

1 引言

牛顿环的等厚干涉实验是目前很多高校开设的波动光学的典型实验^[1,2], 实验中, 一般使用读数显微镜观测不同级次圆环的直径来计算凸透镜的曲率半径, 为避免读数显微镜空程差, 测量时需要从中心条纹开始计数到大于所测的最大级数的条纹, 然后单向测量所需的条纹级数到另一侧, 很容易由于眼睛疲劳而出现计数错误, 因此采用计算机技术和光电技术相结合的方法对实验进行改进。

本文使用面阵 CCD 成像记录读数显微镜的目镜中牛顿环的干涉图样, 利用图象处理得到干涉图样每个级次圆条纹的半径, 通过半径与级次的关系的曲线拟合, 得到凸透镜的曲率半径。

2 实验装置

通常的牛顿环等厚干涉装置包括读数显微镜、单色光源、牛顿环装置、45° 反射镜^[1], 牛顿环等厚干涉的 CCD 成像装置是在通常的牛顿环等厚干涉装置上将面阵 CCD 的镜头安装在读数显微镜的目镜上, CCD 成像由计算机控制记录, 刻有标准长度的纸刻标尺, 夹在牛顿环的平凸透镜和平板玻璃中间, 成像在 CCD 上进行定标。面阵 CCD 为浙江光学仪器厂的 JJY-CCDII 分光计示教仪的摄像头, 像素为 640*480, 读数显微镜为长春第五光学仪器厂的 JXD-250A 型, 物镜为 3 倍, 目镜为 10 倍。

3 实验原理

3.1 系统工作原理

光源发出的光经 45° 半反半透镜反射后, 垂直照射牛顿环仪^[1], 调整显微镜从目镜中观察到清晰的干涉条纹, 将面阵 CCD 的摄像头安装在目镜上, 通过视频采集卡将图像传递到计算机, 通过 Photoshop 等软件进行图像处理, 采集数据, 利用自编的 Matlab 程序对数据进行最后的处理。

3.2 图样的收集与数据的采集

干涉圆环中心在显微镜视场中心时只能看到四级干涉圆环, 我们将干涉圆环中心移至视场右下角, 这样可以看到近 20 级条纹。相同条件下再拍摄标准长度的图像, 对收集到的数据进行单位转换, 得到像素当量 (mm/像素) 值。

通过 Photoshop 对图像进行处理, 以达到较高的清晰度和分辨率, 再依次定位每个暗环上 p 个点, 记录下所对应的横纵像素点坐标, 同时根据像素当量确定实际长度。

3.3 各级暗纹半径及曲率半径的计算

* 陈秀鹏, 男, 电信工程学院 2003 级本科生。

在多元回归分析中，运用最小二乘估计^[3]，设采集到的一个圆上的各点坐标为 (x_{1i}, x_{2i}) ， $i=1,2,\dots,p$ ，构成矩阵 X_1, X_2 ，即

$$X_1 = [x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1p}]$$

$$X_2 = [x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2p}]$$

可设圆心准确坐标为 (x_{10}, x_{20}) ，半径准确值是 r ，有

$$(x_{1i} - x_{10})^2 + (x_{2i} - x_{20})^2 = r^2$$

回归模型设为：

$$Y_i = x_{1i}^2 + x_{2i}^2 = r^2 - x_{10}^2 - x_{20}^2 + 2x_{10}x_{1i} + 2x_{20}x_{2i} + \varepsilon_i$$

即

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$$

ε_i 为未知的随机扰动误差项， $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2) = (r^2 - x_{10}^2 - x_{20}^2, 2x_{10}, 2x_{20})$ 为回归参数，作多元线性回归处理，利用 β 的最小二乘法估计，使 $\sigma(\beta_0) = Y - X\beta$ 的平方和最小。

$$\text{而 } L(\beta) = \|Y - X\beta\|^2 = (Y - X\beta)'(Y - X\beta) = \|Y\|^2 - 2(X'Y)'\beta + \beta'X'X\beta$$

$$\text{令 } \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta} \Big|_{\beta=\hat{\beta}} = 0, \text{ 由此推出回归参数最佳估计值 } \hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$r^2 = \beta_0 + \frac{\hat{\beta}_1^2 + \hat{\beta}_2^2}{4}$$

$$\text{从而得出 } \begin{aligned} x_0 &= \frac{\hat{\beta}_1}{2} \\ y_0 &= \frac{\hat{\beta}_2}{2} \end{aligned}$$

同理，得到不同级次干涉圆环的半径后，再运用二元线性回归方法可以计算出组成牛顿环的透镜的曲率半径 R 。

应用以上原理，编写出 Matlab 程序，可以快捷地计算出透镜的曲率半径 R 和不准确度 $u(R)$ 以及拟合的相关系数，并能绘出线性拟合的图样，以判断取样的精确性。

4 实验结果

利用 CCD 装置拍摄夹在两玻璃之间的刻度线（图 1）和牛顿环干涉图样（图 2），利用 Photoshop 软件采集图样所需点的像素值，根据图 1，可得出以下数据结果：实际长度 1mm 与像素的对应关系为 1:128.19，即像素当量为 7.801×10^{-3} mm。

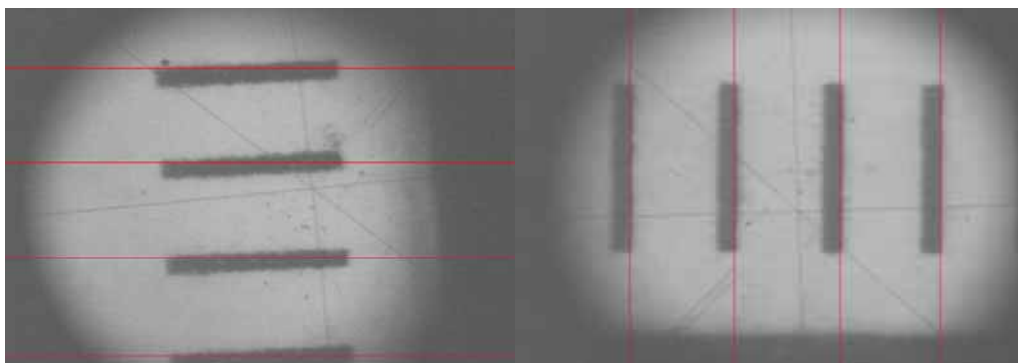


图 1. 标尺的成像

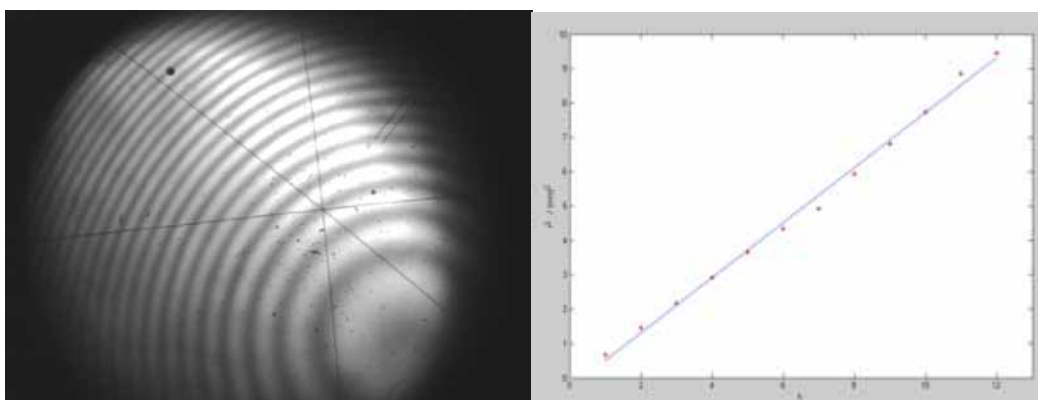


图 2. 牛顿环的成像

图 3. 各级干涉条纹半径的线性拟合

根据图 2, 运用 Matlab 软件按 3.3 所述方法对数据进行处理, 得出各个暗纹的半径值(表 1):

表 1 暗条纹各级次的半径

k	1	2	3	4	5	6
r(mm)	0.8216	1.2080	1.4744	1.7067	1.9119	2.0839
k	7	8	9	10	11	12
r(mm)	2.2186	2.4342	2.6100	2.7816	2.9748	3.0742

运用最小二乘法计算曲率半径, 不确定度及拟合的相关系数, 得出如下结果, $R = (1.358 \pm 0.003) \text{m}$, 相关系数: $\gamma = 0.9977$, 并绘出各级干涉条纹半径平方与级次的线性拟合图线(如图 3), 得到的结果不确定度为 0.2%。

5 结果讨论

通过实验可以看出, CCD 观测系统具有很好的实验直观性, 尤其解决了由于视力疲劳而造成计数错误和空程差的缺点, 而且运用各种软件对图像数据进行处理, 可以将不确定度从原来的 2.0% 减小到 0.2%, 能够更准确地测出凸透镜的曲率半径, 使计算机系统进入普通物理实验, 更符合目前的实验要求。

参考文献

- [1] 蒋达娅, 王世红, 朱洪波等, 大学物理实验(上册)[M], 北京: 北京邮电大学出版社, 2002. 238-246
- [2] 胡解生, 向东, 郭萍等, 光电等厚干涉实验仪, 大学物理[J], 2004, 23(10): 43
- [3] 张小蒂, 应用回归分析[M], 浙江杭州: 浙江大学出版社, 1991. 161-179

MEASURING OF NEWTON RINGS WITH CCD IMAGING METHOD AND LINEAR REGRESSION

Chen Xiupeng , Zhao Xiaohong

(Beijing University of Posts and Telecommunications , Beijing , 100876 , P. R.
China)

Abstract : It introduced a method of measuring the radius of convex by imaging the interference pattern of Newton ring with a plane CCD camera, the radius of the convex was calculated from the radii of different rank of the interference rings with linear regression method.

Key Words : Newton rings interference; linear regression; plane CCD

联系人：赵晓红

通信地址：北京邮电大学 123 号信箱 100876

电话：010-62282054

手机：13681571772

E-mail：xzhaoy@126.com