

# 对衍射光栅实验误差的探究

云峻岭, 黄柯衡, 李丽娟, 李海红

(北京邮电大学 物理实验中心, 北京 100876)

**摘 要:**在衍射光栅实验中, 光栅位置的调整很重要. 本文对 2 种由于光栅调整不当引起的测量误差进行探讨, 从理论推导及实验 2 方面分别对不同情况下所引起的测量误差予以研究, 分别给出了调整偏差角度与测量相对误差之间的定量关系, 理论结果与实验结果基本符合.

**关键词:**衍射光栅; 分光计; 衍射角

中图分类号: TN253

文献标识码: A

文章编号: 1005-4642(2006)特-0116-04

## 1 引 言

衍射光栅是极其精密的光谱分光元件. 衍射光栅作为各种光谱仪器的核心元件, 广泛应用于石油化工、医药卫生、食品、生物、环保等国民经济和科学研究的各个领域. 因此, 对衍射光栅的实验研究具有重要意义, 在大学的物理实验中, 衍射光栅实验成为一个必不可少的实验, 它有利于培养学生的对实验现象的观察能力及科学实践动手能力.

衍射现象可以分为 2 种: 菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射. 衍射光栅实验借助于分光计和光栅测量波长, 属于夫琅禾费衍射的范畴. 所谓夫琅禾费衍射是指观察点和光源都是无限远时的衍射现象, 本实验通过分光计的望远镜的会聚作用将观察范围缩小至实验台上. 分光计和衍射光栅都是精密仪器, 本次实验即以分光计为平台, 研究衍射光栅实验中调整仪器不当对实验结果的影响.

## 2 实验原理及误差引入

平面透射光栅是由大量等宽、等距、排列紧密的平行狭缝构成, 能把入射的复色光按波长大小以不同角度衍射而达到分光的目的. 光路如图 1 所示, 其中, 缝宽为  $a$ , 相邻两缝间不透光部分宽度为  $b$ ,  $d_0 = a + b$  称为光栅常量.

平行单色光与光栅法线成  $\theta$  角入射到光栅平面时, 通过每条狭缝的光线发生衍射现象, 通过许

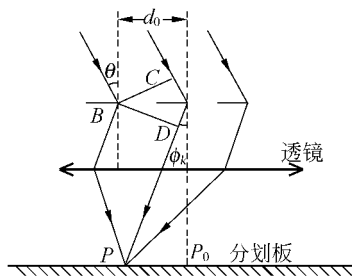


图 1 光栅衍射示意图

多狭缝衍射后的平行光, 经过透镜会聚, 则产生干涉现象. 如果在分划板上的会聚点  $P$  处的光振动是加强的, 就会产生明条纹. 明条纹实际上是光源狭缝的衍射像, 是一条锐细的亮线. 其光程差为波长的整数倍, 从而得到光栅方程:

$$d_0 (\sin \phi_k \pm \sin \theta) = k\lambda, \quad (1)$$

其中,  $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $\phi_k$  为第  $k$  级谱线的衍射角, “+”表示入射光与衍射光在光栅法线同侧, “-”表示在异侧. 整数  $k$  称干涉级数,  $\lambda$  为波长. 当光源为复色光时, 不同波长光线的明条纹彼此分离而形成光谱, 称为光栅光谱. 各级亮条纹的光强度受到单缝衍射规律的约束, 级次愈高强度愈弱, 谱线分得愈开.

实验中, 首先要对分光计和光栅进行调整, 达到以下调整要求:

1) 望远镜能够接受平行光 (即望远镜聚焦于

无穷远);

- 2) 准直管能够发出平行光;
- 3) 望远镜与准直管的光轴共轴且与分光计的中心轴垂直;
- 4) 调节光栅平面与平行光管的光轴垂直,光栅刻痕与分光计中心转轴平行.

但在学生进行实际实验操作中,对光栅的调整不可能完全达到调整要求,这时再继续使用实验教材提供的测量方法,就会产生误差. 为了分析确定光栅调节不当引起的误差对实验的影响,分别对以下 2 种情况加以讨论:

- 1) 入射光与光栅平面法线有水平夹角的情形;
- 2) 载物台不水平导致光栅平面有俯仰角的情况.

### 3 实验方法及理论分析

#### 3.1 入射光与光栅平面法线有水平夹角的情况

##### 3.1.1 理论分析

这种情况下实际光路如图 2 所示.

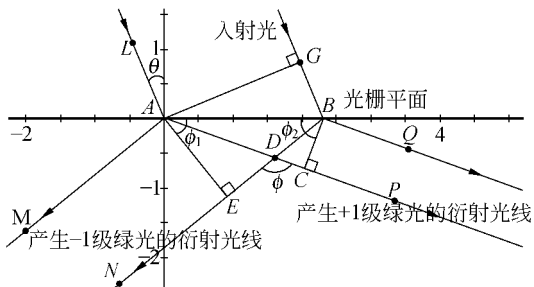


图 2 入射光与光栅平面法线有一水平夹角  $\theta$  时光栅衍射示意图

以  $\pm 1$  级绿光衍射光为例,其中  $\theta$  是入射光与光栅平面法线的夹角,  $LA, GB$  为入射光线,  $AM, BN, BQ, AP$  为衍射光线,  $\phi$  为 2 条衍射光线的夹角,  $-1$  级光线衍射产生的光程差为  $BE + GB$ ,  $+1$  级光线衍射产生的光程差为  $AC - GB$ , 记  $\angle BAE = \phi_1, \angle ABC = \phi_2, \angle NDP = \phi$ , 由几何关系,  $\angle ABC$  与  $\angle BAC$  互余,  $\angle BAE$  与  $\angle ABE$  互余, 得

$$\phi = \phi_1 + \phi_2, \tag{2}$$

由光栅方程(1)得

$$\begin{aligned} d_0 \sin \phi_1 + d_0 \sin \theta &= \lambda, \\ d_0 \sin \phi_2 - d_0 \sin \theta &= \lambda, \end{aligned}$$

解得

$$\sin \phi_1 = \frac{\lambda - d_0 \sin \theta}{d_0},$$

$$\sin \phi_2 = \frac{\lambda + d_0 \sin \theta}{d_0},$$

令  $t = \frac{\lambda}{d_0}$ , 由(2)式得

$$\begin{aligned} \phi &= \arcsin \frac{\lambda - d_0 \sin \theta}{d_0} + \arcsin \frac{\lambda + d_0 \sin \theta}{d_0} = \\ &= \arcsin (t - \sin \theta) + \arcsin (t + \sin \theta) = \\ &= t - \sin \theta + \frac{1}{6} (t^3 - 3t^2 \sin \theta + 3t \sin^2 \theta - \\ &= \sin^3 \theta) + \frac{3}{40} (t^5 - 5t^4 \sin \theta + 10t^3 \sin^2 \theta - \\ &= 10t^2 \sin^3 \theta + 5t \sin^4 \theta - \sin^5 \theta) + \\ &= o[(t - \sin \theta)^5], \end{aligned}$$

又因为  $\theta \rightarrow 0$  时  $\sin \theta \rightarrow \theta, \theta = 0^\circ, \pm 1$  级绿光衍射光线夹角  $\phi_0 = 2 \arcsin \frac{\lambda}{d_0}$ , 所以

$$\begin{aligned} \Delta \phi &= \phi - \phi_0 = \left\{ \frac{\lambda}{d_0} + \frac{3}{2} \left( \frac{\lambda}{d_0} \right)^3 + \right. \\ &= o \left[ \left( \frac{\lambda}{d_0} \right)^3 \right] \left. \right\} \theta^2 + o(\theta^2) \approx \\ &= \left( \frac{\lambda}{d_0} + \frac{3}{2} \frac{\lambda^3}{d_0^3} \right) \theta^2, \end{aligned} \tag{3}$$

相对误差为:

$$\frac{\Delta \phi}{\phi_0} = \frac{\left( \frac{\lambda}{d_0} + \frac{3}{2} \frac{\lambda^3}{d_0^3} \right) \theta^2}{2 \arcsin \frac{\lambda}{d_0}} \times 100\%. \tag{4}$$

假设当此相对误差达到 2% 时, 仪器调整不当所带来的误差恰好不能忽略, 求出误差不能被忽略的边界值. 即令  $\frac{\Delta \phi}{\phi_0} = 2\%, \lambda = 546.07 \text{ nm}$  为汞灯绿色谱线波长, 光栅常量  $d_0 = 3 \text{ 350 nm}$ , 可以求出  $\theta = 0.199 \text{ 102 641} = 11.4^\circ$ . 也就是说, 当入射光与光栅平面法线水平夹角  $\theta > 11.4^\circ$  时, 误差不能被忽略.

##### 3.1.2 实验验证

为了验证 3.1.1 中的结论, 使用衍射光栅的实验装置来测量当时的  $\pm 1$  级衍射光线间夹角  $\phi$  的测量误差.

将光栅放置于载物台上, 与载物台其中 2 个螺钉连线平行. 按照分光计调整的要求调整好分光计, 使通过准直管的入射光与光栅平面垂直, 以下称此状态为标准状态. 转动目镜观测各颜色的光衍射谱线, 并通过分光计角度盘读出各种颜色

的光线的衍射角度,记录数据如表 1.

其中 $\pm 1$ 级衍射光线间夹角 $\phi_0$ 计算公式为:

$$\phi_0 = \frac{|\theta_{左2} - \theta_{左1}| + |\theta_{右2} - \theta_{右1}|}{2}$$

表 1 标准状态下的实验数据

正级次	$\theta_{左1}$	$\theta_{右1}$	负级次	$\theta_{左1}$	$\theta_{右1}$	$\phi_0$
+1 蓝光	341°22'	161°18'	-1 蓝光	356°20'	176°15'	14°58'
+1 绿光	339°28'	159°25'	-1 绿光	358°10'	178°10'	18°44'
+1 黄光 1	338°57'	158°53'	-1 黄光 1	358°43'	178°42'	19°48'
+1 黄光 2	338°53'	158°51'	-1 黄光 2	358°48'	178°45'	19°54'

恢复光栅到标准状态,使绿十字像位于叉丝中央,记录下此时两游标的读数 $\theta_1, \theta_2$ ;转动望远镜使游标转过 $11.4^\circ$ ,再转动载物台,直到从望远镜中观察到绿十字像再次处于叉丝中央.由分光计原理可知,望远镜转过的角度与光栅平面法线转过的角度相等,即此时准直管发出的入射光与

光栅平面法线的夹角为 $11.4^\circ$ .保持载物台位置不动,通过分光计角度盘读出各种颜色的光线的衍射角度,记录数据见表 2.其中 $\phi$ 计算公式同 $\phi_0$ ;并将数据代入式(4),可得: $d_0 = 3\ 350\ \text{nm}$ ,根据式(4)整理计算结果见表 3.

表 2 准直管与光栅平面法线夹角为 $11.4^\circ$ 时的实验数据

正级次	$\theta_{左}$	$\theta_{右}$	负级次	$\theta_{左}$	$\theta_{右}$	$\phi$
+1 蓝光	76°48'	256°51'	-1 蓝光	92°06'	272°07'	15°17'
+1 绿光	74°55'	254°57'	-1 绿光	94°10'	274°10'	19°14'
+1 黄光 1	74°22'	254°24'	-1 黄光 1	94°40'	274°41'	20°18'
+1 黄光 2	74°20'	254°22'	-1 黄光 2	94°42'	274°43'	20°22'

表 3 实验计算结果

颜色	$\phi_0$	$\phi$	$\Delta\phi$	$\lambda/\text{nm}$	$\frac{\Delta\phi}{\phi_0}/\%$
蓝光	14°58'	15°17'	19'	435.83	2.1
绿光	18°44'	19°14'	30'	546.07	2.6
黄光 1	19°48'	20°18'	30'	576.96	2.5
黄光 2	19°54'	20°22'	28'	579.07	2.3

实验误差与理论预期误差基本相符.可见当光栅平面法线与入射光线夹角不太大时,由于斜入射而引起的误差可以忽略.

### 3.2 载物台不水平导致光栅平面有一俯仰角的情况

载物台不水平导致光栅平面有一俯仰角时衍射光路如图 3 所示.其中, $R=20\ \text{cm}$ 为光栅到分划板的距离, $H=2\ \text{cm}$ 为平行光管狭缝的高度,入射光从右边射入,透过光栅在图中所示位置产生中央亮条纹,同时一部分绿光发生衍射,衍射角为 $\frac{\phi}{2}$ ,在图示位置产生-1级亮条纹,由于光栅存

在一仰角 $\beta$ ,光线的A端先于M端发生衍射,从而使-1级亮条纹产生倾角 $\gamma$ ,亮条纹的水平跨度对实验测量所得衍射角 $\frac{\phi}{2}$ 的影响为 $\frac{\Delta\phi'}{2}$ ,作A点在载物台平面的射影N,过N作EM的垂线,交EM的延长线于D,连接NF,则NF//ME,EF的长度极小,近似的FEME,故EFND为一矩形,所以 $ND=EF$ ,根据几何关系得,

$$MN = H \tan \beta$$

$$EF = ND = MN \tan \frac{\phi}{2} = H \tan \beta \tan \frac{\phi}{2}$$

$$\Delta\phi = 2 \frac{H \tan \beta \sin \frac{\phi}{2}}{R}$$

$$\text{相对误差} \frac{\Delta\phi}{\phi} 100\% = 2 \times \frac{H \tan \beta \sin \frac{\phi}{2}}{R} \frac{1}{\phi} 100\%$$

当 $\beta=2.7^\circ, \phi=18^\circ 44'$ 时,代入上式得

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} = 0.4\%$$

通过计算系统在此条件下由于仪器误差

$\Delta_{\alpha} = 2'$ 而求出的不确定度  $u(\phi) = 2'$ , 相对不确定度  $u_r = \frac{u(\phi)}{\phi} = 0.2\%$ , 可见此时由于光栅有俯仰角而导致的测量相对误差与仪器误差导致的相对不确定度接近. 而在实际实验过程中,  $2.7^\circ$  的仰角已经相当明显, 肉眼足以观察出来, 学生在做实验时不可能产生如此大的偏差, 故此种调节不当引起的测量误差完全可以忽略不计.

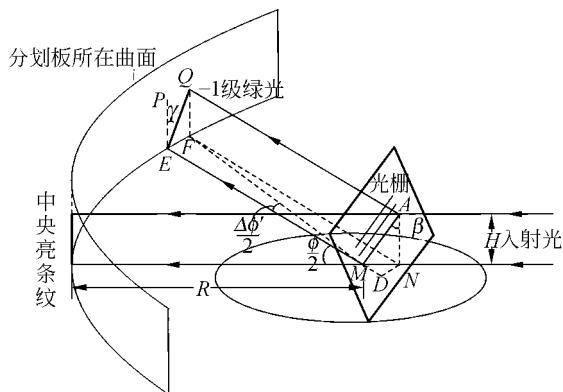


图3 载物台不水平导致光栅平面有俯仰角时衍射光路示意图

## 4 实验结论

通过以上理论分析及实验分析, 当光栅平面

法线与入射光线夹角小于  $11.4^\circ$  时, 由此引起的测量相对误差为  $2\%$ , 而在学生实际操作过程中, 一般不会有如此大的偏差, 至多有  $1 \sim 2^\circ$  的偏差, 因而此种调整不当引起的测量误差可以忽略. 当光栅平面法线与水平面成一角度时, 即当载物台不水平导致光栅平面有一俯仰角时, 在载物台能产生的俯仰角度内, 所导致的测量误差很小, 可以忽略. 对这两种调节不当引起测量误差情形的分析, 充分说明了分光计是一个准确度很高的仪器, 只要在目测条件下达到调整要求, 就可以进行非常精密的测量. 同时, 这也说明了衍射光栅实验是一个可操作性很强的实验, 适合作为大学物理实验, 在高等院校为本科生开设.

## 参考文献:

- [1] 肖井华, 蒋达娅, 陈以方, 等. 大学物理实验教程 [M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2005. 147.
- [2] 刘战存. 衍射光栅发展历史的回顾 [J]. 物理实验, 1999, 19(1): 48.
- [3] 王琪琨, 张兆钧. 斜入射光波的光栅衍射研究 [J]. 大学物理实验, 1999, 12(2): 27.
- [4] 刘春平, 宋汉阁. 光栅衍射实验现象引发的新思考 [J]. 大学物理实验, 2004, 17(1): 22.

## Exploration on error in diffraction grating experiment

YUN Jun-ling, HUANG Ke-heng, LI Li-juan, LI Hai-hong

(Laboratory Center of Physics, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract:** In diffraction grating experiment, the adjustment situation of the grating is very important. The measure error is explored in the situations that the adjustments about grating are improper in two ways. These measure errors both in theory and experiment are studied, and the quantified relation between the adjustment errors and measurement relative errors are provided separately. By testing the results with experiments, the experiment results coincide with theoretical analysis is drawn.

**Key words:** diffraction grating; spectrometer; diffraction angle